INSPECTORATUL ŞCOLAR
JUDEȚEAN IAŞI

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ *"ADOLF HAIMOVICI"*

ETAPA JUDEȚEANĂ
14 martie 2015

Profil Filologie / Științe sociale

FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAŞINI
SI MANAGEMENT INDUSTRIAL

CLASA A IX-A

1. Se consideră funcția . $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=(3m-2)x+m-4, m\in\mathbb{R}$

a) Să se determine valorile parametrului real m , astfel încât punctul $A(m-4,14)$ să aparțină graficului funcției f .

b) Pentru $m=1$ să se calculeze aria triunghiului determinat de punctele de intersecție ale graficului funcției f cu axele de coordonate Ox și Oy și de punctul de coordonate $(-4,0)$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2-mx+m-1, m\in\mathbb{R}$.

a) Să se determine valorile parametrului real m astel încât graficul funcției să intersecteze axa Ox în două puncte simetrice față de axa Oy .

b)Determinați valorile lui $m\in\mathbb{R}$ pentru care ecuația atașată funcției f admite două rădăcini reale, inverse una alteia.

3. Fie M un punct pe latura $[BC]$ a triunghiului ABC . Demonstrați că:

a) Dacă M este mijlocul laturii $[BC]$, atunci: $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})\cdot$.

b) Dacă $P\in[BC]$ astfel încât $\frac{BP}{PC}=\frac{1}{2}$ atunci $\overrightarrow{AP}=\frac{2}{3}\cdot\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\cdot\overrightarrow{AC}$.

4. O minge cade de la o înălțime de 8 m. După fiecare contact cu solul, mingea se ridică la jumătate din înălțimea de la care a căzut. Demonstrați că distanța parcursă de minge de la început până atinge solul a 100-a oară nu depășește 24 m.

Notă: *Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.*

INSPECTORATUL ŞCOLAR
JUDEȚEAN IAŞI

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ *"ADOLF HAIMOVICI"*

ETAPA JUDEȚEANĂ
14 martie 2015

Profil Filologie / Științe sociale

FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAŞINI
SI MANAGEMENT INDUSTRIAL

CLASA A X-A

1. În mulțimea numerelor reale, determinați soluțiile ecuațiilor:

a) $\left(\sqrt[2]{2}\right)^{x}\cdot\left(\sqrt[3]{2}\right)^{x+1}=\left(0,25\right)^{-1}$

b) $x^{\frac{\lg x+1}{\lg x}}=100$

2. Se dă funcția $f:\mathbb{D}\subset\mathbb{R}\to\mathbb{R},\mathbb{D}\subset\mathbb{R}, f(x)=\lg\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$.

a) Să se determine domeniul maxim de definiție a funcției f .

b) Să se cerceteze dacă f este funcție impară.

c) Demonstrați că funcția f este inversabilă și determinați inversa ei .

3. Un angrosist cumpără un anumit număr de aparate de fotografiat pentru suma totală de 21600 lei. Dacă el cumpără cu 30 de aparate mai mult, vânzătorul îi acordă o reducere de 20 lei la fiecare aparat și angrosistul va plati astfel 24000 lei. Câte aparate a cumpărat angrosistul și cât costă un aparat dacă acesta acceptă oferta vânzătorului?

4. Trei elevi, Matei, Raluca și Vlad și-au cumpărat, fiecare, o aceeași carte. Din banii pe care îi aveau fiecare, Matei a cheltuit 100%, Raluca $\frac{5}{9}$, iar Vlad 50%. Apoi ei au împărțit toți banii rămași în mod egal. Astfel, Matei a primit de la Raluca 1 leu. Câți lei a avut fiecare înainte de a cumpăra cartea?

Notă: *Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.*

INSPECTORATUL ŞCOLAR
JUDEȚEAN IAŞI

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ *"ADOLF HAIMOVICI"*

ETAPA JUDEȚEANĂ
14 martie 2015

Profil Filologie / Științe sociale

FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAŞINI
SI MANAGEMENT INDUSTRIAL

CLASA A XI-A

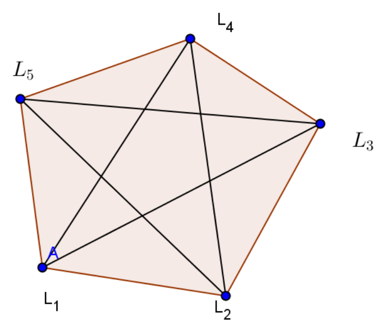
1. Considerăm un eșantion al unei populații statistice. Măsurând înălțimea fiecărei persoane, obținem rezultatele date în tabelul de mai jos:

Clasa de valori exprimată în cm	Frecvența absolută cumulată crescător
[160,165)	7
[165,170)	23
[170,175)	60
[175,180)	100
[180,185)	111
[185,190)	118

a) Calculați frecvența absolută ce corespunde clasei [175,180).
b) Calculați modulul seriei statistice dată prin tabelul de mai sus.
c) Calculați înălțimea medie a grupului de persoane din eșantion.

2. Spunem că o mașină are ,,*randament bun*” dacă produce cel mult 6% rebuturi. Într-un lot de 980 piese produse de o astfel de mașină s-au găsit 68 piese rebutate.
a) Demonstrați că mașina nu are ,,*randament bun*”.
b) Care ar fi fost numărul maxim de piese rebutate pentru ca mașina să aibă un ,,*randament bun*”?
c) Cu cât la sută trebuie redus numărul de piese rebutate pentru ca mașina să aibă un ,,*randament bun*”?

3. Se consideră un graf cu 10 vârfuri și 45 de muchii.
a) Să se demonstreze că dacă înlăturăm cel mult opt muchii obținem un graf conex.
b) O comună este formată din cinci localități, legate prin șosele ca în figura alăturată. Dacă cel puțin șapte șosele sunt asfaltate, să se arate că între oricare două localități putem identifica un traseu asfaltat.



4. Se dă graful $G \equiv \{V, U\}$, unde: $V = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8\}$ și

$U = \{[x_1, x_2];[x_1, x_4];[x_1, x_5];[x_2, x_3];[x_2, x_6];[x_3, x_4];[x_3, x_7];[x_4, x_8];[x_5, x_6];[x_5, x_8];[x_6, x_7];[x_7, x_8]\}$

a) Să se demonstreze că acest graf admite reprezentare planară.
b) Câte muchii trebuie să eliminăm din acest graf pentru a obține un subgraf arbore cu un număr maxim de muchii? Reprezentați un astfel de subgraf arbore.

Notă: *Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.*

CONCURSUL NAȚIONAL
DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA JUDEȚEANĂ
14 martie 2015

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN IAŞI

FACULTATEA CONSTRUCŢII DE MAŞINI SI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Profil Filologie / Științe sociale

CLASA A XII-A

1. Fie matricele: $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $C = A \cdot B$.

a) Demonstrați că $A^4 = B^6 = I_2$.

b) Demonstrați că $C^n \neq I_2$, pentru orice n număr natural nenul.

2. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

a) Verificați egalitatea: $A^2 - A - 2I_3 = O_3$.

b) Demonstrați că $A^{2016} + A^{2015} = 2^{2015}(A + I_3)$.

3. Fie a, b, c numere întregi impare distincte și fie punctele $A(b, c)$; $B(c, a)$; $C(a, b)$, și determinantul $\Delta = \begin{vmatrix} b & c & 1 \\ c & a & 1 \\ a & b & 1 \end{vmatrix}$.

a) Demonstrați că are loc egalitatea: $\Delta = -\frac{1}{2}\left[(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\right]$.

b) Pot fi punctele *A, B, C* coliniare? Justificați răspunsul!

c) Demonstrați că aria triunghiului *ABC* este un număr natural.

4. În matricea de mai jos, pe fiecare linie și pe fiecare coloană trebuie să fie două elemente colorate roșu și două elemente colorate negru. Știind că elementele a_{11}, a_{13} și a_{23} sunt colorate roșu, iar a_{34} este colorat negru, aflați ce culori vor avea elementele a_{32} și a_{42}.

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix}.$$

Notă: *Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.*